

Profesor Raúl Vega Muñoz

CÓMO CONVERTIR FRACCIONES DECIMALES INFINITAS PERIÓDICAS A FRACCIONES COMUNES

Advertencia: Este tema es más avanzado que el tema que se está revisando en el blog, requieres tener sólidos conocimientos sobre operaciones con fracciones, simplificación de fracciones.

Cuando tenemos un número cuyas cifras decimales se repiten hasta el infinito, por ejemplo:

1.33333 ...

Se denomina fracción decimal infinita periódica. Analicemos por qué se llama de esa forma:

Fracción decimal (porque tiene punto decimal) infinita (porque sus cifras nunca terminan) y periódica porque hay cifras que se repiten, algo periódico es algo que se repite.

Una fracción decimal infinita periódica puede tener varias cifras repitiéndose, no solamente una. Así por ejemplo todas las siguientes son ejemplos de fracciones de esta categoría:

23.45454545 ...

176.298298298298 ...

Para simbolizar de forma abreviada estas fracciones se escribe un pequeño guión (línea) encima de las cifras o cifra que se repite, así los ejemplos que mencionamos quedarían abreviados de esta manera:

$$1.33333 \dots = 1.\bar{3}$$

$$23.45454545 \dots = 23.\bar{45}$$

$$176.298298298298 \dots = 176.\overline{298}$$

A veces, no son todas las cifras decimales las que se repiten sino únicamente algunas, por ejemplo en la siguiente fracción:

12.17252525 ...

En cuyo caso quedaría abreviada de la siguiente forma: $12.17\overline{25}$

A continuación te explicaré cómo convertir una fracción decimal infinita periódica como $12.17\overline{25}$ en una fracción común.

Primero separamos la parte “finita” (que tiene fin) de la parte “infinita” (lo que se repite) pero indicando que al final de cuentas se están sumando, no están totalmente separadas, quedan unidas por un signo de suma:

$$\begin{aligned} & 12.17\overline{25} \\ &= 12.17 + \overline{25} \end{aligned}$$

¿Dudas hasta ahora? ¿No hay dudas? ¡Fantástico! Ahora expresamos la parte finita como fracción común (si tienes duda del procedimiento te recomiendo revisar estos artículos:

<https://cursosdealgebra.wordpress.com/2012/09/20/leccion-1-los-numeros-reales-4/>

<https://cursosdealgebra.wordpress.com/2012/09/23/leccion-1-los-numeros-reales-5/>

Y también el vídeo: <http://youtu.be/tMHJbmUGcQk>

Expresando la parte finita como fracción común:

$$\begin{aligned} &= 12\frac{17}{100} + \overline{25} \\ &= \frac{1217}{100} + \overline{25} \end{aligned}$$

Ahora expresamos la parte finita como la sumatoria infinita siguiente:

$$= \frac{1217}{100} + \sum \frac{25}{10000} + \frac{25}{1000000} + \frac{25}{100000000} \dots$$

Observa que el primer término de la sumatoria infinita (en color rojo) tiene denominador 10000 por la posición que ocupan esas cifras en la fracción decimal original, y lo mismo sucede para los términos siguientes.

Denominemos “a” al primer término de la sumatoria infinita.

$$a = \frac{25}{10000} = \frac{1}{400}$$

Obvio, se simplifica.

Denominemos “R” de “razón” al resultado de dividir cualquiera de los términos de la sumatoria infinita entre el término anterior, observa que sería el mismo resultado si dividimos el término verde entre el azul que si dividimos el azul entre el rojo:

$$R = \frac{25}{1000000} \div \frac{25}{10000} = \frac{250000}{25000000} = \frac{1}{100}$$

$$R = \frac{25}{100000000} \div \frac{25}{1000000} = \frac{25000000}{2500000000} = \frac{1}{100}$$

Hemos pasado lo más difícil, ahora solo hay que sustituir en la siguiente fórmula para obtener el resultado de la sumatoria infinita:

$$\sum = \frac{a}{1 - R}$$

$$\sum = \frac{\frac{1}{400}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{\frac{1}{400}}{\frac{99}{100}} = \frac{100}{39600} = \frac{1}{396}$$

Ahora bien, recordemos que

$$= 12 \frac{17}{100} + 25$$

$$= \frac{1217}{100} + 25$$

$$= \frac{1217}{100} + \sum \frac{25}{10000} + \frac{25}{1000000} + \frac{25}{100000000} \dots$$

$$= \frac{1217}{100} + \frac{1}{396} = \frac{481932 + 100}{39600} = \frac{482032}{39600} = \frac{60254}{4950} = \frac{30127}{2475}$$

Así llegamos al resultado final.